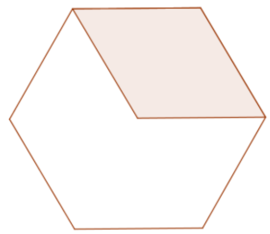
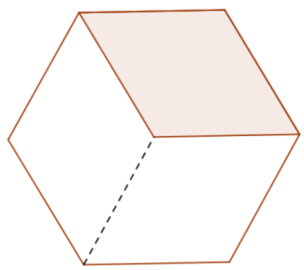
TORNEOS GEOMÉTRICOS 2015 Segunda Ronda
5º Grado
SOLUCIONES

Problema 1- Un paralelogramo de $5\ cm^2$ de área, tiene por vértices al centro de un hexágono regular y a otros tres vértices del hexágono, como muestra la figura:



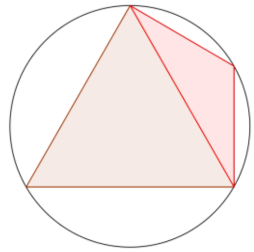
Halla el área del hexágono.

Solución: Si unimos el vértice libre del rombo con un vértice del hexágono, éste queda decompuesto en tres rombos iguales.

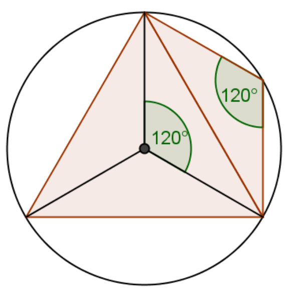


En consecuencia, el área del hexágono es $15cm^2$.

Problema 2- En la circunferencia están inscriptos dos triángulos, uno es equilátero de área $9cm^2$ y el otro es isósceles. Halla el área del cuadrilátero formado por estos dos triángulos.

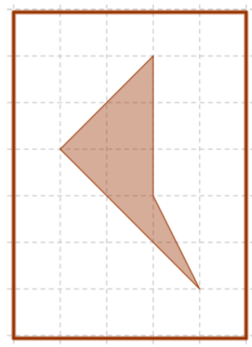


Solución: Uniendo los vértices del triángulo equilátero con el centro de la circunferencia, el cuadrilátero queda descompuesto en cuatro triángulos iguales.



El área buscada es $12cm^2$.

Problema 3- Sobre el vidrio de una ventana, desde afuera se observa la figura sombreada:

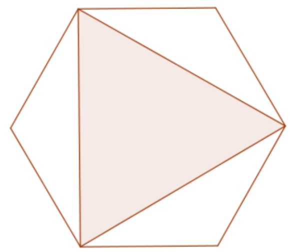


Indica cómo dibujar la figura sobre el vidrio, vista desde adentro.

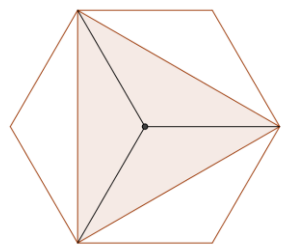
Solución: La figura buscada es la figura simétrica de la figura dada, respecto de la vertical que une los puntos medios en los lados, inferior y superior, de la ventana.

TORNEOS GEOMÉTRICOS 2015 Segunda Ronda
6º Grado
SOLUCIONES

Problema 1- Halla el área del triángulo inscripto en el hexágono regular de *10* cm^2 de área.

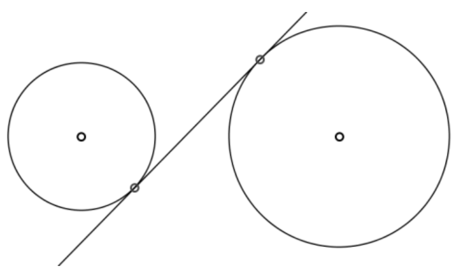


Solución: Uniendo tres vértices del hexágono con su centro, éste queda descompuesto en tres rombos iguales.



El área del triángulo es $5cm^2$.

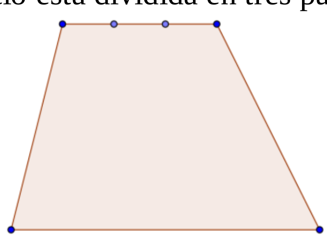
Problema 2- Se ha trazado una recta tangente común a dos circunferencias,



Indica cómo trazar otra tangente común usando regla y compás.

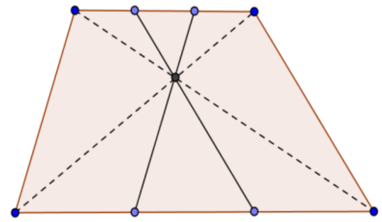
Solución: Simetrizamos la tangente dada respecto de la recta que une los centros de las circunferencias.

Problema 3- La base menor del trapecio está dividida en tres partes iguales**.**



Indica cómo dividir la base mayor en tres partes iguales, usando sólo un lápiz y una regla sin graduación.

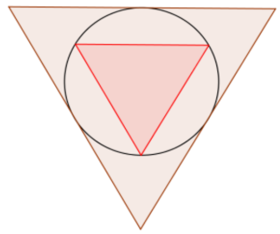
Solución: El punto de intersección de las diagonales es el centro de una homotecia que transforma la base superior en la base inferior.



En consecuencia, las rectas que unen los puntos en la base superior con el punto de intersección de las diagonales, descomponen a la base inferior en partes iguales.
Otra opción es ver que en la figura se forman pares de triángulos semejantes.

TORNEOS GEOMÉTRICOS 2015 Segunda Ronda
7º Grado
SOLUCIONES

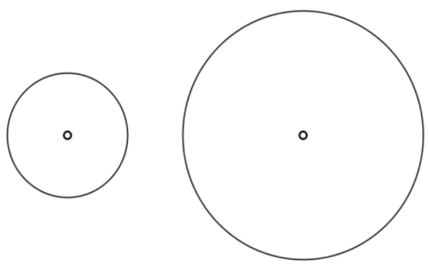
Problema 1- Los dos triángulos, el inscripto y el circunscripto en la circunferencia de la figura, son equiláteros.



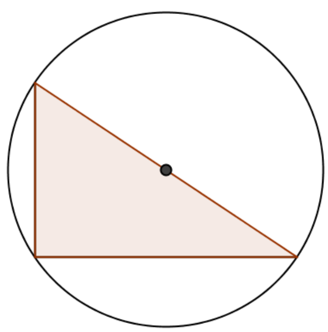
Si el inscripto tiene área $1\ cm^2$. ¿Cuál es el área del circunscripto?

Solución: El triángulo inscripto puede girarse alrededor del centro de la circunferencia hasta hacerlo coincidir con el triángulo de puntos medios de los lados del triángulo circunscripto a la circunferencia. En consecuencia el área de este último es $4cm^2$.

Problema 2- Indica cómo construir, usando regla y compás, un círculo cuya área sea la suma de las áreas de los círculos de la figura.

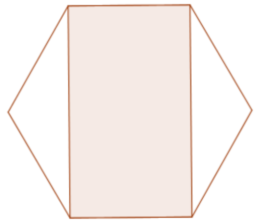


Solución: Dibujamos un triángulo rectángulo cuyos catetos midan como los radios de las circunferencias.

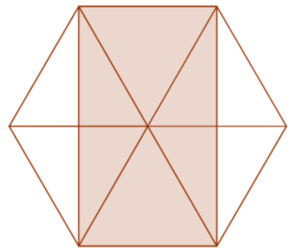


En virtud del Teorema de Pitágoras, el círculo buscado es el limitado por la circunferencia circunscripta a este triángulo.

Problema 3- Los vértices de un rectángulo son vértices de un hexágono regular de área $12\ cm^2$, como indica la figura. Halla el área del rectángulo.



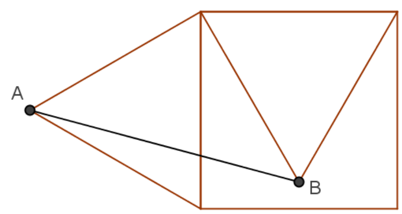
Solución: Descomponiendo el hexágono en seis triángulos equiláteros,



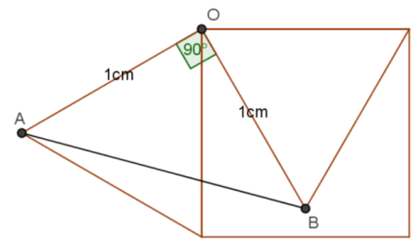
puede observaser que el área del rectángulos es $\frac{4}{6}$ del área del hexágono, es decir, el área buscadas es $8cm^2$.

TORNEOS GEOMÉTRICOS 2015 Segunda Ronda
8º Grado
SOLUCIONES

Problema 1- Sobre los lados de un cuadrado de lado *1cm*, se dibujan triángulos equiláteros como muestra la figura. Halla la longitud del segmento *AB*

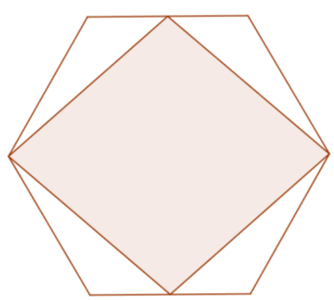


Solución: Girando 90º el triángulo equilátero con vértice *B*, puede obtenerse el triángulo equilátero con vértice *A*.

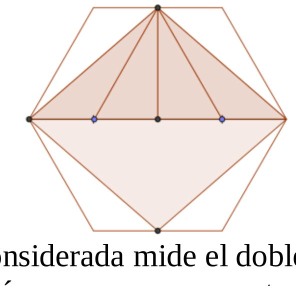


Por el Teorema de Pitágoras se tiene $AB = \sqrt{2}cm$.

Problema 2- Los vértices de un rombo son puntos medios y vértices de un hexágono regular de área *15cm²*, como indica la figura. Halla el área del rombo.

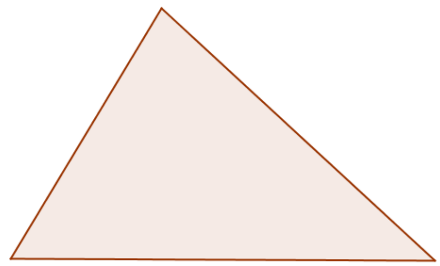


Solución: Si dividimos una diagonal del hexágono en cuatro partes iguales, puede observarse que las sumas de las áreas de los triángulos en blanco es igual a la mitad del área del rombo. Luego el área del rombo es 10 cm^2,

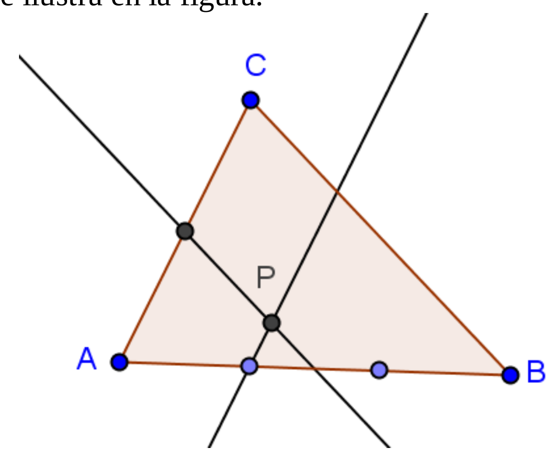


Es oportuno destacar que la diagonal considerada mide el doble que el lado del hexágono y además, esta diagonal es paralela al lado del hexágono que se encuentra en la parte superior del mismo.

Problema 3- Encuentra, usando regla y compás, un punto P en el interior del triángulo de área $6\ cm^2$, de manera que las áreas de los triángulos formados por P y los lados del triángulo sean $3cm^2$, $2cm^2$ y $1cm^2$ respectivamente. Indica los pasos de la construcción.



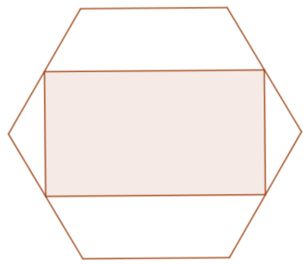
Solución: Dividimos uno de los lados en dos partes iguales y otro en tres partes iguales y trazamos paralelas a los lados como se ilustra en la figura.



Las alturas de los triángulos BCP y CAP son $\frac{1}{2}\ y\ \frac{1}{3}$ respectivamente, de las alturas correspondientes en el triángulo dado, de modo que sus áreas son $3cm^2\ y\ 2cm^2$ respectivamente.

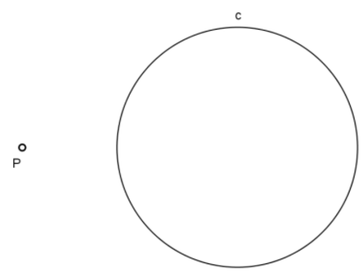
TORNEOS GEOMÉTRICOS 2015 Segunda Ronda
9º Grado
SOLUCIONES

Problema 1- Los vértices de un rectángulo son los puntos medios de los lados de un hexágono regular de área *18 cm²*, como indica la figura. Halla el área del rectángulo.



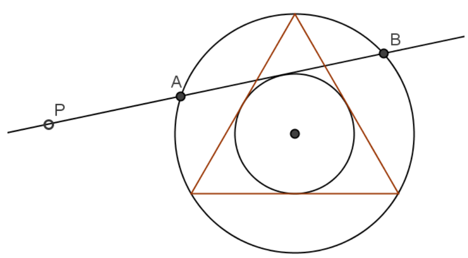
Solución: El lado mayor del rectángulo es $\frac{3}{2}$ del lado del hexágono. El lado menor es igual a la apotema del hexágono, por ser base media de un triángulo formado por dos lados consecutivos del hexágono. En consecuencia, el rectángulo tiene la mitad de área que el hexágono es decir $9cm^2$.

Problema 2- Dados el punto *P* y la circunferencia *C* de la figura

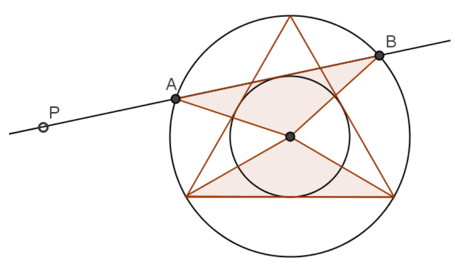


indica cómo trazar, usando regla y compás, una recta que pase por *P* y que divida a la circunferencia en dos arcos cuyas longitudes estén en la relación *2:1*

Solución: Inscribimos un triángulo equilátero en la circunferencia y una circunferencia en el triángulo, como en la figura.

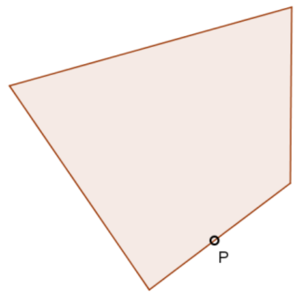


Trazamos la recta por *P* tangente a la circunferencia menor. El segmento *AB* mide lo mismo que un lado del triángulo, por ser ambos bases de triángulos isósceles iguales,



Como los lados del triángulo dividen la circunferencia en arcos en la relación *2:1*, lo propio hace el segmento *AB*.

Problema 3- Dado el punto *P* en el lado del cuadrilátero de la figura:



inscribe en el cuadrilátero un triángulo isósceles, que tenga uno de sus vértices en *P* y que el ángulo en *P* sea recto. Indica los pasos de la construcción.

Solución: Si giramos el cuadrilátero 90º alrededor del punto *P*, en el punto de intersección de ambos cuadriláteros, distinto de *P*, encontraremos un vértice del triángulo buscado.